



# Régulation par PID

**Mickaël CAMUS**

**Etienne DEGUINE**

**Daniel ROSS**

26/02/10





# Plan

## Définition

1. Proportionnel
2. Intégral
3. Dérivé

## Réglages des coefficients

1. Différentes approches
2. Ziegler-Nichols
3. Process Reaction

## Problèmes & Limites

1. Écrêtage
2. Dérivé
3. Double PID

## Réalisation pratique



# Plan

## Définition

### 1. Proportionnel

### 2. Intégral

### 3. Dérivé

## Réglages des coefficients

### 1. Différentes approches

### 2. Ziegler-Nichols

### 3. Process Reaction

## Problèmes & Limites

### 1. Écrêtage

### 2. Dérivé

### 3. Double PID

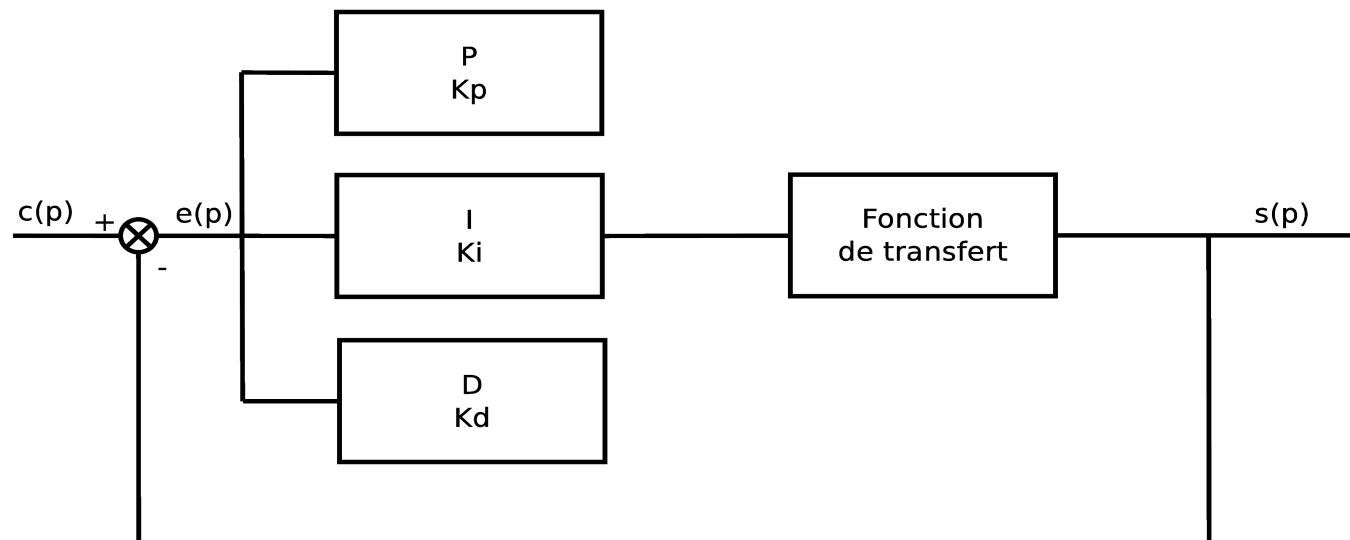
## Réalisation pratique

# Définition

## Régulateur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé)

C'est un système d'auto régulation (boucle fermée), qui cherche à réduire l'erreur entre la consigne et la mesure.

$$e = \text{consigne} - \text{mesure}$$





# À quoi ça sert ?

**Atteindre la valeur souhaitée pour une des variables du système (vitesse, position,...)**

- Régulation : minimiser rapidement les perturbations
- Poursuite : s'adapter rapidement aux nouvelles consignes.

**Ceci s'appelle l'asservissement**

# Proportionnel

**L'erreur est multipliée par une constante  $K_p$**

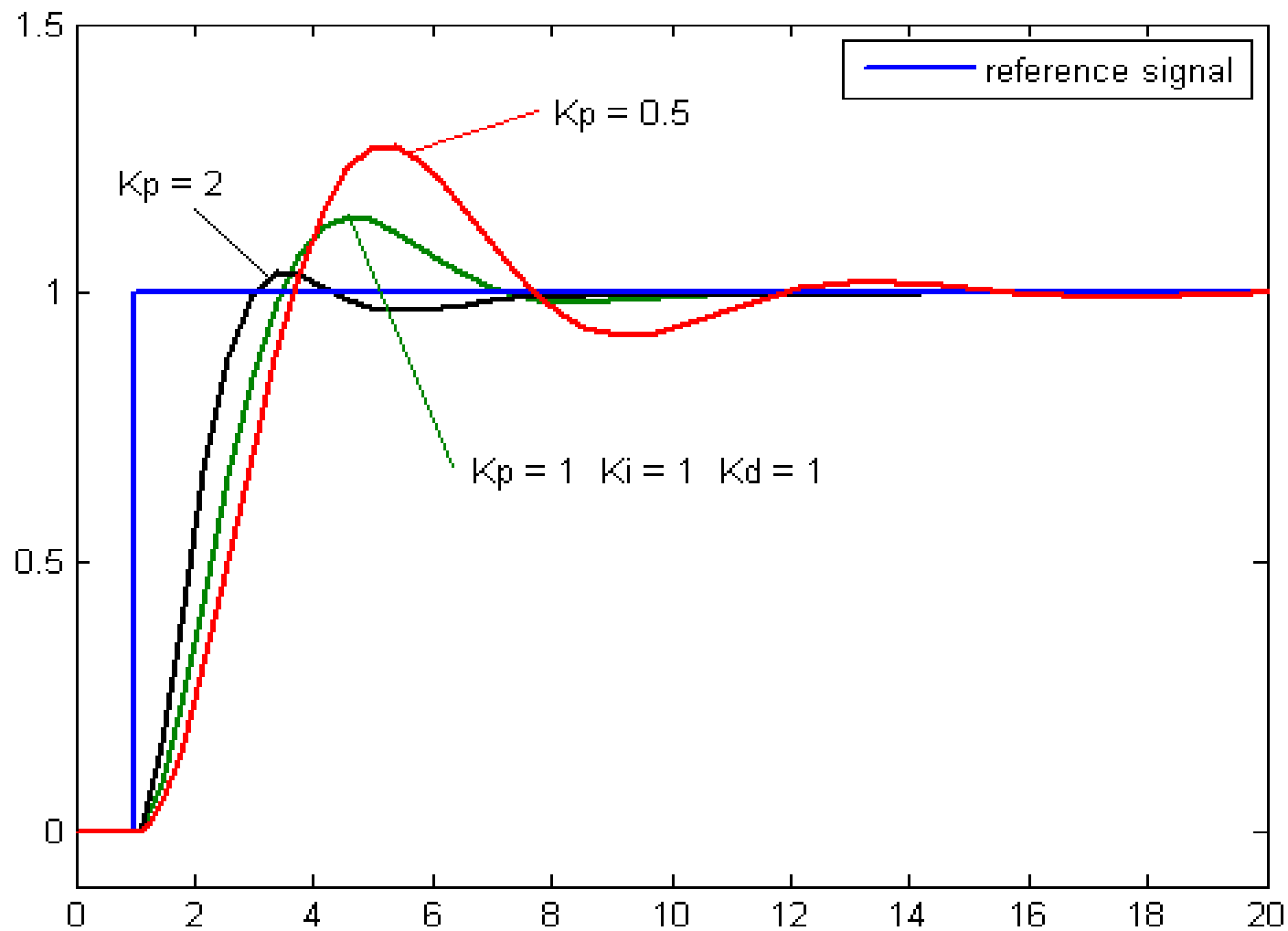
$$u(t) = K_p \times e(t)$$

$$u(p) = K_p \times e(p)$$

**Plus  $K_p$  est grand, plus la réponse est rapide**

**Erreur statique**

# Proportionnel



Wikipédia

L'erreur est intégrée sur un intervalle de temps, puis multipliée par une constante  $K_i$

$$u(t) = K_i \times \int_0^t e(\tau) d\tau$$

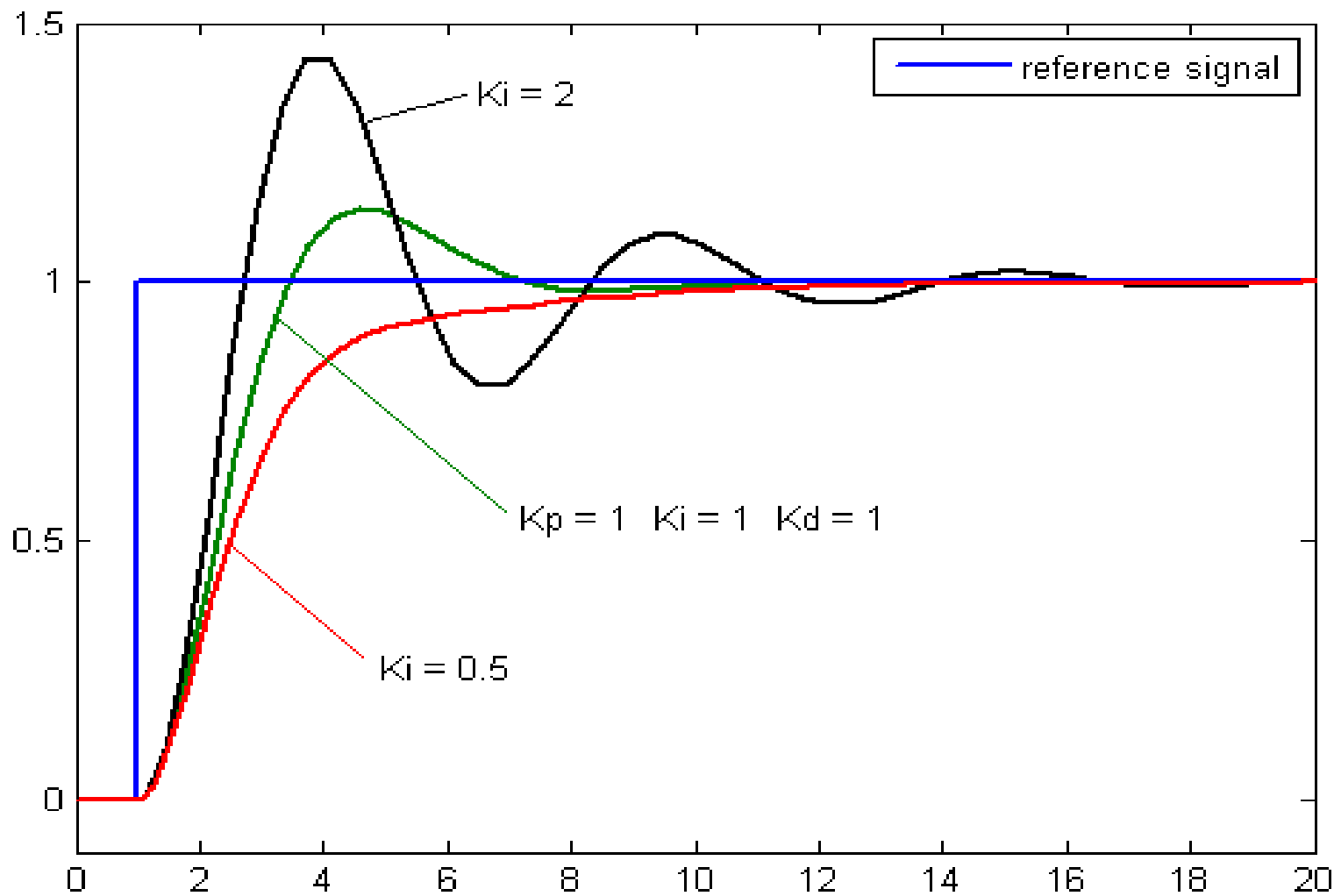
$$u(p) = K_i \times e(p)/p$$

**Corrige l'erreur statique**

**Plus  $K_i$  est élevé, plus l'erreur statique est corrigée**



# Intégral



Wikipédia

**L'erreur est dérivée par rapport au temps, puis multipliée par une constante  $K_d$**

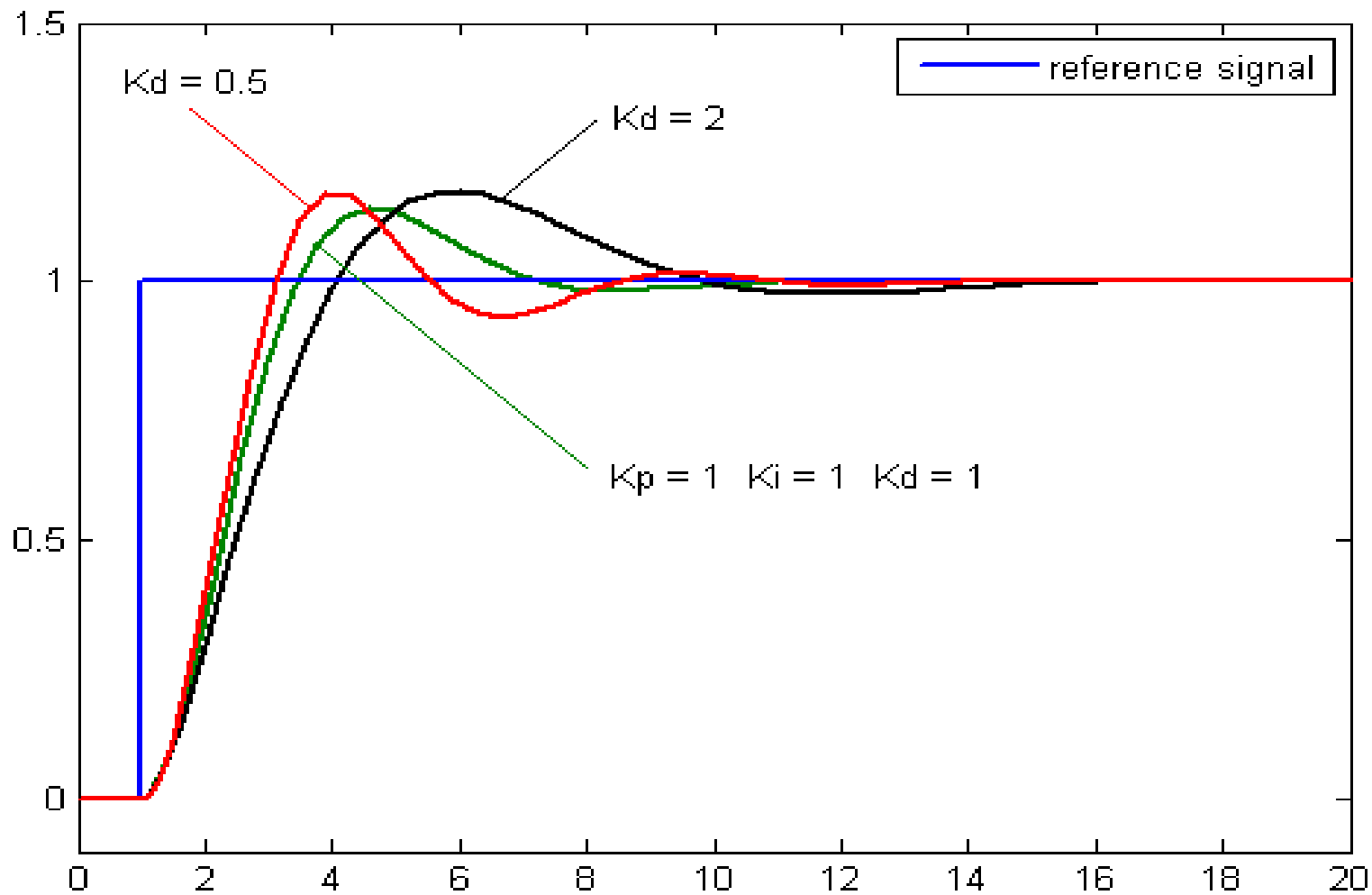
$$u(t) = K_d \times \frac{\partial e(t)}{\partial t}$$

$$u(p) = K_d \times e(p) \times p$$

**Réduit le dépassement et le temps de stabilisation**

**Sensible au bruit**

# Dérivé



Wikipédia

# Résumé

$$u(t) = Kp \times e(t) + Ki \times \int_0^t e(\tau) d\tau + Kd \times \frac{\partial e(t)}{\partial t}$$

$$u(p) = e(p) \times (Kp + Ki/p + Kd \times p)$$

Coefficient	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur Statique
Kp	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
Ki	Diminue	Augmente	Augmente	Annule
Kd	–	Diminue	Diminue	-

Source [7]



# Plan

## Définition

1. Proportionnel
2. Intégral
3. Dérivé

## Réglages des coefficients

1. Différentes approches
2. Ziegler-Nichols
3. Process Reaction

## Problèmes & Limites

1. Écrêtage
2. Dérivé
3. Double PID

## Réalisation pratique



# Réglage des coefficients

**Le réglage des coefficients peut se faire selon deux approches :**

- modélisation
- expérimentation

**Dépend des contraintes :**

- difficulté de modélisation
- accès au système
- possibilité de mettre le système "offline"

# Approche par la modélisation

## Cas d'utilisation :

systèmes simples, exemple : moteur électrique

systèmes dangereux, permet d'avoir une première idée des coefficients, exemple : systèmes chimiques

## Etude de cas le moteur électrique :

$$\begin{cases} u(t) = e(t) + R.i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \\ e(t) = K_e.\omega(t) \\ c_m(t) = K_c.i(t) \\ c_m(t) - c_r(t) = J_T.\frac{d\omega(t)}{dt} \end{cases}$$

$u$  Tension appliquée au moteur

$e$  Force électromotrice

$i$  Intensité traversant moteur

$\omega$  Vitesse de rotation du rotor

$c_m$  Couple moteur généré

$c_r$  Couple résistant

$$\Omega(p) = \frac{K_c}{K_e K_c + R J_T p + L J_T p^2} \cdot U(p) - \frac{R + L p}{K_e K_c + R J_T p + L J_T p^2} \cdot C_r(p)$$

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{A}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

$A = \frac{1}{K_e}$  Gain statique

$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{J_T}{K_e K_c L}}$  Facteur d'amortissement

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_e K_c}{L J_T}}$  Pulsation propre

Source [7]

## **Ziegler-Nichols : systèmes en boucle fermée (déjà régulés).**

Principe : Amener le système à un état d'oscillation puis en déduire les valeurs des coefficients via un calcul simple

## **Process Reaction Method aussi appelé Ziegler-Nichols en boucle ouverte.**

Principe : Enregistrer la réponse du système non régulé à un échelon puis en déduire la valeur des coefficients par analyse de la réponse (ie "lecture graphique")



# Ziegler-Nichols Protocole

Protocole : Mettre  $K_i$  et  $K_d$  à 0, faire varier  $K_p$  jusqu'à obtenir des oscillations périodiques non amorties et non amplifiées

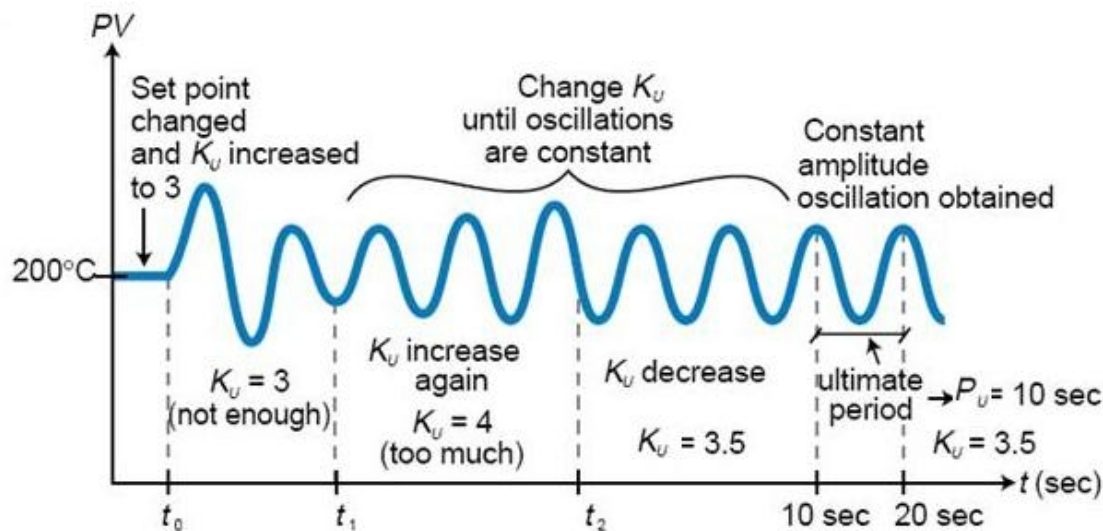


Illustration :

source [1]

On note  $K_u = K_p_{\text{oscillations}}$ ,  $P_u$  la période d'oscillations

Alors on met  $K_p = K_u/1.7$ ,  $K_i = P_u/2$ ,  $K_d = P_u/8$

Ces valeurs ont été obtenues par expérimentation par Z et N, elles correspondent à un système dans lequel les oscillations sont divisées par 1/4 à chaque pseudo-période.

# Ziegler-Nichols +/-

## Avantages

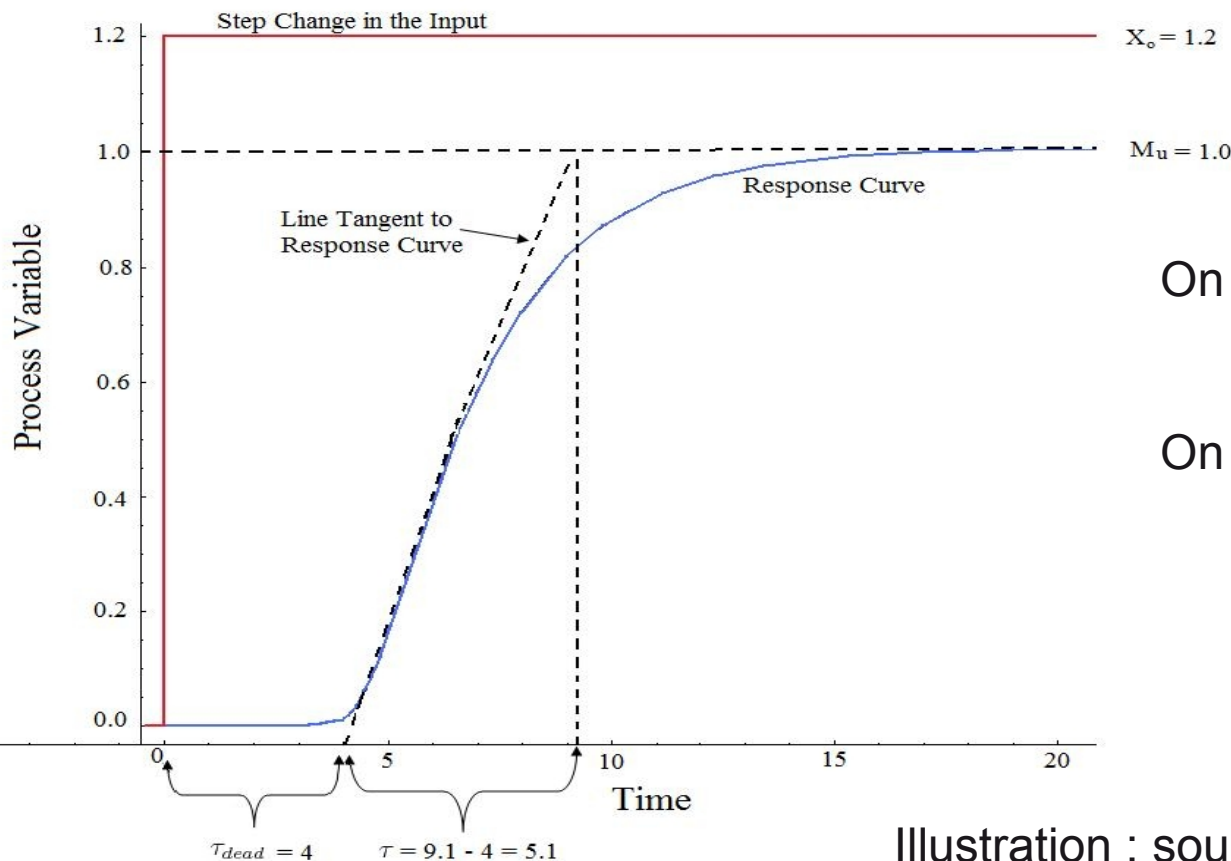
- Facile à mettre en oeuvre ( physiquement et au point de vue calcul )
- Testé sur le système en production, correspond à la réalité, peut être faite à la volée si les caractéristiques du système sont modifiées ( usure, changement de l'environnement ).

## Inconvénient

- Le système peut devenir instable ou passer dans des états dangereux ( chimie )
- Peut prendre beaucoup de temps si le système réagit très lentement ( jours, semaines en chimie) .
- Heureusement pour les systèmes qui nous concernent (moteurs), ce n'est pas un problème si on limite les tensions/intensités d'alimentation.

# Process Reaction Method - Protocole

Protocole : On applique un créneau au système et on enregistre sa réponse.



On pose :

$$K_0 = X_0 / M_u * \tau / \tau_{dead}$$

On a alors :

$$K_p = 1.2 * K_0$$

$$K_i = 2 * \tau_{dead}$$

$$K_d = 0.5 * \tau_{dead}$$

Illustration : source [1]

## Avantages

- Ne nécessite pas d'avoir un système déjà asservi, ni de deviner de valeur pour  $K_p$

## Inconvénients

- Nécessite plus de matériel : enregistrement d'une courbe de réponse.
- Nécessite de mettre le système "offline"
- Si la réponse du système est trop différente de la réponse montrée ci-dessus, cette méthode donne des valeurs pas forcément adaptées.

## Conclusion sur le réglage des coefficients

**Conclusion** : Les méthodes expérimentales présentées permettent d'avoir de bonnes estimations génériques pour un système raisonnablement simple ( ie réglable par un PID ! ). Cependant il faut continuer à faire varier les coefficients jusqu'à obtenir une réponse satisfaisant le cahier des charges.

### Pour cela on utilise les règles "simples"

- $K_p$  augmente -> montée plus rapide mais plus de dépassement.
- $K_i$  augmente -> montée plus rapide mais régime stationnaire plus long, erreur statique plus faible.
- $K_d$  augmente -> diminue le dépassement et le temps d'établissement du régime stationnaire, mais augmente la sensibilité au bruit.



# Plan

## Définition

1. Proportionnel
2. Intégral
3. Dérivé

## Réglages des coefficients

1. Différentes approches
2. Ziegler-Nichols
3. Process Reaction

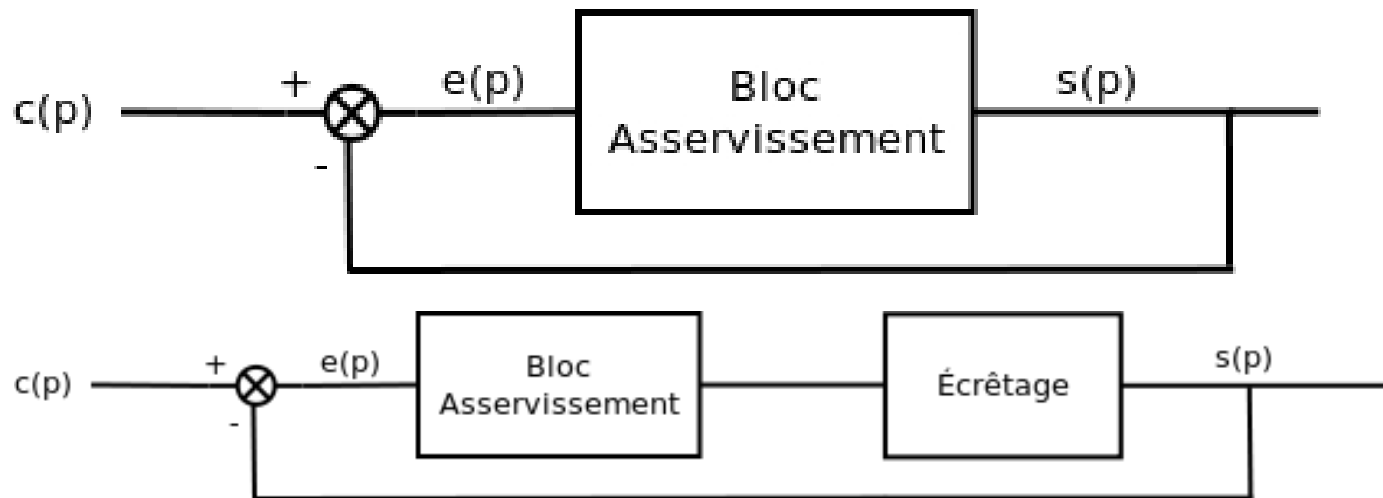
## Problèmes & Limites

1. Écrêtage
2. Dérivé
3. Double PID

## Réalisation pratique

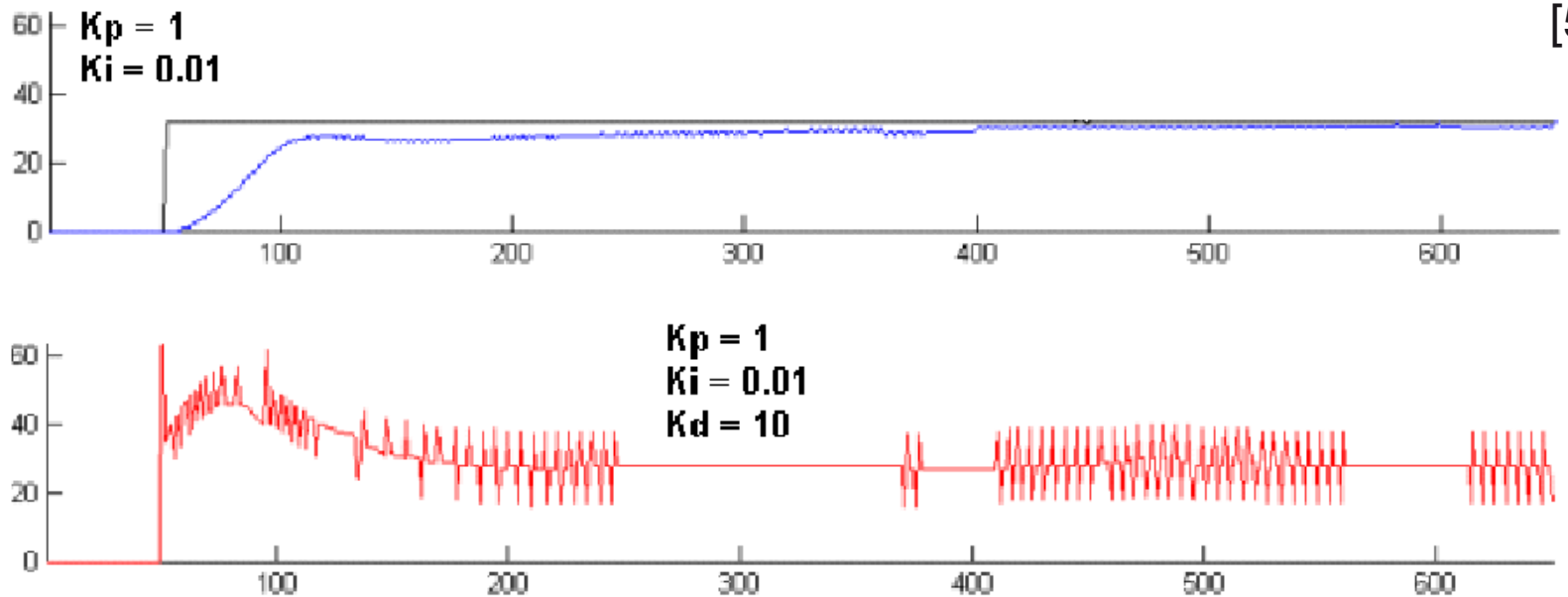
# Problèmes et limites

Caractéristiques matérielles & électriques :  $V_{max}$ ,  $I_{max}$ , ...



Si  $PID.consigne\_V > V_{max}$ ,  
alors  $PID.consigne\_V = V_{max}$

## Action D du PID : très sensible au bruit



[5]

### Plusieurs solutions :

- Filtre passe bas
- Simple asservissement PI



**Dans certains cas, on ne veut pas :**

- D'oscillations
- De dépassement de valeur, ...

**Exemple :**

- On veut qu'un moteur atteigne une certaine position sans avoir à changer de sens de rotation
- Bras robotiques

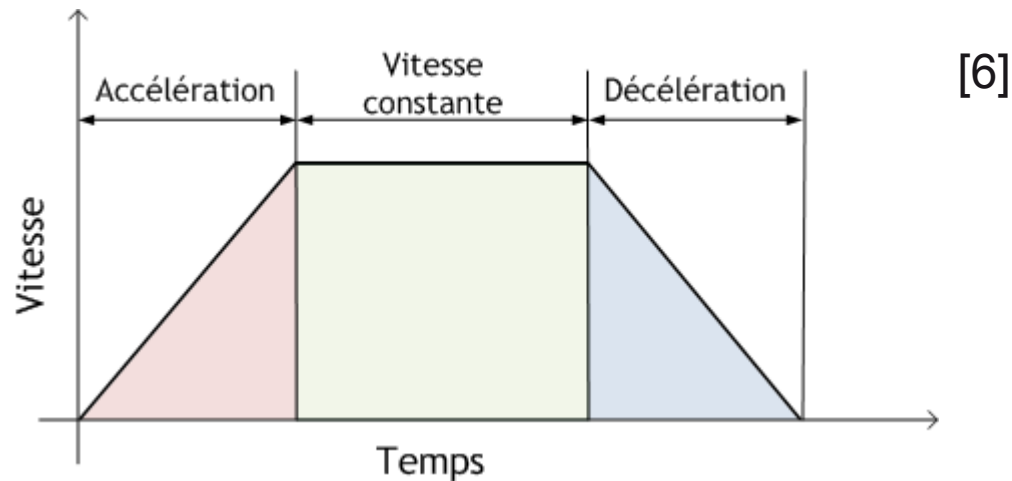
**=> Double asservissement :**

- Vitesse
- Position

# Double PID

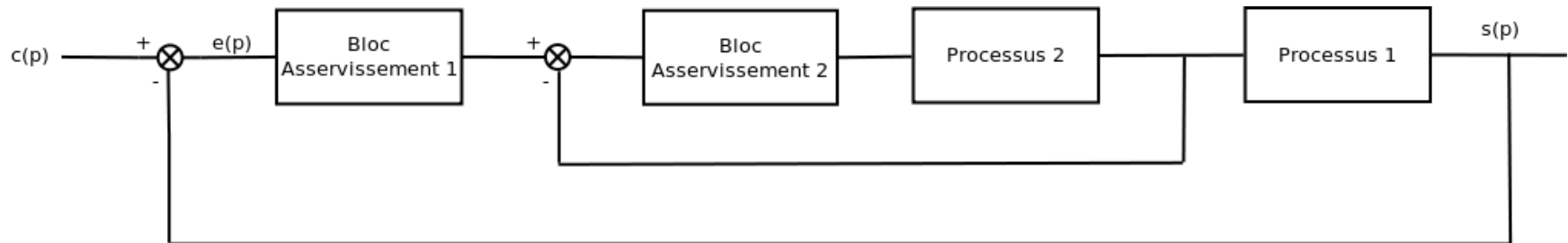
**Principe : on contrôle la vitesse à laquelle l'objet se déplace**

**Typiquement :**



**Avantages : indépendant de la distance**

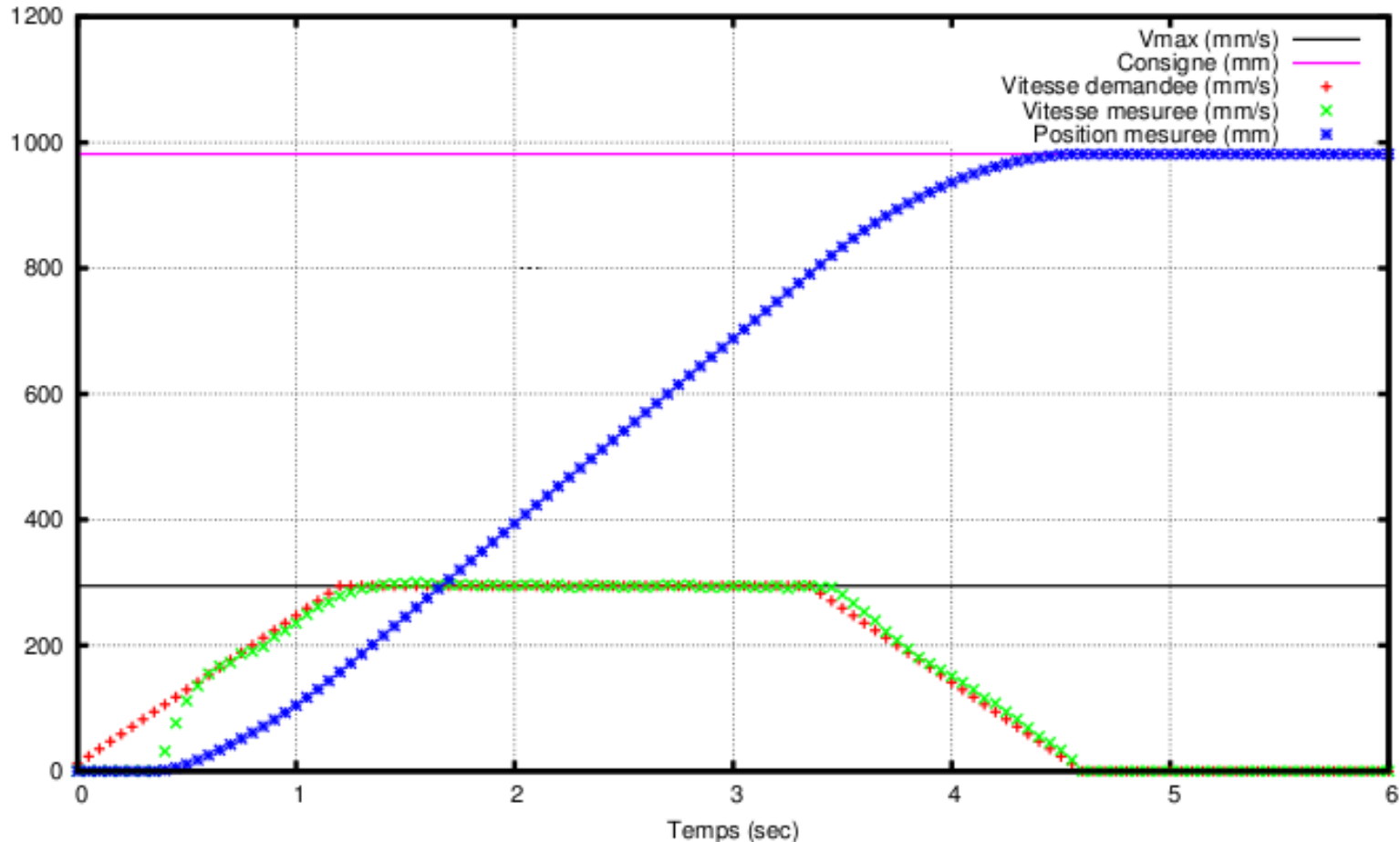
Mise de deux blocs d'asservissement à la suite :



**Asservissement alors possible en vitesse et position : on définit  $K_p'$ ,  $K_i'$ ,  $K_d'$**

**Dans le cas de l'asservissement en vitesse, on peut avoir un PI**

## Résultat d'un double asservissement :



[7]



# Plan

## Définition

1. Proportionnel
2. Intégral
3. Dérivé

## Réglages des coefficients

1. Différentes approches
2. Ziegler-Nichols
3. Process Reaction

## Problèmes & Limites

1. Écrêtage
2. Dérivé
3. Double PID

## Réalisation pratique

## En pratique on peut utiliser deux types de contrôleurs PID :

- Contrôleur PID numérique (échantillonnage)
- Contrôleur PID analogique (mais de plus en plus souvent remplacés par des numériques)

## Contrôleur PID :

- Simple
- Efficace dans la plupart des cas
- Le plus utilisé dans l'industrie

## Calcul des coefficients

- Méthode expérimentale simple
- Modèles plus compliqués

## Limites :

- Inefficace dans certains cas
- Linéaire donc problème avec des modèles non linéaires

# Bibliographie

- [1] The Michigan Open Control and Process Textbook :  
<http://controls.engin.umich.edu/wiki/index.php/PIDTuningClassical>
- [2] Article du site Control Engineering  
[http://www.controleng.com/article/268148-Loop\\_Tuning\\_Fundamentals.php](http://www.controleng.com/article/268148-Loop_Tuning_Fundamentals.php)
- [3] Cours Régulation, université de Caen, slides 47 à 50  
[http://www.greyc.unicaen.fr/~emagarot/pdf/CM\\_Regul\\_slides\\_2007.pdf](http://www.greyc.unicaen.fr/~emagarot/pdf/CM_Regul_slides_2007.pdf)
- [4] **Automatique des Systèmes Continus. Éléments de cours et exercices résolus.** by Christophe Sueur, Philippe Vanheeghe and Pierre Borne, chapitre 9 (bibliothèque INT Management)
- [5] L'asservissement PID :  
[http://ancrobot.free.fr/fiches/pdf/index\(2\).pdf](http://ancrobot.free.fr/fiches/pdf/index(2).pdf)
- [6] Pilotage et asservissement de robot autonome :  
[http://clubelek.insa-lyon.fr/joomla/fr/base\\_de\\_connaissances/informatique/asservissement\\_et\\_pilotage\\_de\\_robot\\_auto.php](http://clubelek.insa-lyon.fr/joomla/fr/base_de_connaissances/informatique/asservissement_et_pilotage_de_robot_auto.php)
- [7] Le PID utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques, Christophe Le Lann 2007, <http://www.totofweb.net/projets/pid/rapport.pdf>
- Practical Process Content :  
<http://www.controlguru.com/wp/p76.html>